На верхней границе слоя ($z = 0$) ставится краевое условие: $q = p$ при $h \geqslant 0$ и $q = 0$ при $h < 0$, а на нижней границе ($z = -d$) – условие непроницаемости $\partial q/\partial z = 0$.

В работе численно исследовано поведение капли в широком диапазоне параметров B, λ, $k(z)$. В ходе расчетов было выявлено существенное влияние поперечной проницаемости на характер эволюции капли. При большой проницаемости верхней части пористого слоя капля распространяется быстрее за счет процессов впитывания в слой и вытеснения находящейся там жидкости. При наличии слабо проницаемой "корки" на границе "капля – пористая среда", скорость распространения капли значительно снижается.

ЛИТЕРАТУРА

1. де Жен П. Ж. *Смачивание: статика и динамика* // УФН. – 1987. – Т. 151. – № 4. – С. 619–681.

2. Saffman P. G. *On the boundary condition at the surface of a porous medium* // Stud. Appl. Math. – 1971. – V. 50. – No 2. – P. 93–101.

3. Мосина Е. В., Чернышев И. В. *Условие скольжения на поверхности модельной волокнистой пористой среды* // Письма в ЖТФ. – 2009. – Т. 35. – № 5. – С. 103–110.

4. Davis S. H., Hocking L. M. *Spreading and imbibitions of viscous liquid on a porous base* // Phys. Fluids. – 1999. – V. 11. – P. 48–57.

Ю. Д. Коновалов, Ю. О. Деркачев

Кубанский государственный университет, г. Краснодар,

step099@mail.ru

К ЗАДАЧЕ О ГАЗОВОЙ СМАЗКЕ

В кольцевой области рассматривается специальная краевая задача для потенциальной функции течения сжимаемого газа. С использованием уравнения Стокса определяется давление на внутреннюю вращающуюся окружность. Обозначим D область, образованную двумя соосными окружностями S_1 и S_2 радиусов R_1 и R_2, $R_1 < R_2$. На S_2 отметим как L_1, L_2, L_3, малые несоприкасающиеся дуги, $S_2 = L_1 \cup L_2 \cup L_3 \cup L$. В области D рассмотрим следующую задачу для бигармонического уравнения:

$$\Delta^2 U(x) = 0, \ x = (x_1, x_2) \in D,$$

$$U|_{S_1} = a(x), \ \frac{\partial u}{\partial n}|_{S_1} = 0, \tag{1}$$

$$U|_{S_2} = 0, \ \frac{\partial u}{\partial n}|_L = 0, \ \frac{\partial u}{\partial n}|_{L_k} = b_k,$$

где $b_1 < 0$, $b_2 < 0$, $b_3 > 0$, функция $a(x)$ имеет вид

$$a(x) = V \operatorname{arctg} \frac{x_2}{x_1} \quad \text{при}\, x_1 > 0,$$

$$a(x) = V(\operatorname{arctg} \frac{x_2}{x_1} + \Pi) \quad \text{при } x_1 < 0, |x| = R_1.$$

Решение $U(x)$ будем трактовать как потенциал течения $\bar{W}(x)$ в области D, $\bar{W}(x) = \nabla U(x)$. Тогда внутренняя окружность S_1 является линией тока и вращается со скоростью V, $|\bar{W}(x)|_S = V, |\gamma| = R_1$. На участках L_k внешней границы S_2 скорость $\bar{W}(x) = \nabla U(x)$ ортогональна S_2, $|\bar{W}(x)|_S = b_k$, $\bar{W}(x)$ направлена внутрь на L_1 и L_2 и направлена из D на L_3, на остальной части L внешней границы скорость равна нулю. Эта формулировка соответствует задаче о газовой смазке, $\bar{W}(x)$ – скорость сжимаемого газа, $\mathrm{div}\bar{W}(x) = \Delta U \neq 0$.

Интегральное представление функции $U(x)$ [1] включает криволинейные интегралы, являющиеся известными функциями, и интеграл по D с известной функцией $G(x) = \Delta U(x)$, которую требуется определить.

Эта задача решается методом базисных потенциалов разложением $\Delta U(y)$ по системе потенциалов $\gamma_m(x) = E(z^m - x), m = 1, 2, \ldots$, полной в подпространстве гармонических функций $G(D) \subset L_2(D)$ (множество точек z^m состоит из двух базисных последовательностей точек, взятых в связных частях внешнего множества $D^+ = R^2 \backslash D$). Для определения давления на S_1 будем полагать, что $\bar{W}(x)$ – векторная часть решения уравнения Стокса $\Delta \bar{W}(x) = \nabla p(x), x \in D$. Подставив функцию $U(x)$, получим $\Delta \bar{W}(x) = \Delta \nabla U(x) = \nabla g(x)$, т.е. $p(x) = g(x)$. Для силы давления $\bar{P} = X, Y$ на внутреннюю границу S_1 получим

$$\bar{p} = \int_{S_1} p dz = \int_{S_1} g(x)(-dx_2 + idx_1), \qquad (2)$$

где контурный интеграл по S_1 берется с положительным направлением обхода.

В вычислительном эксперименте использовалось $N = 60$ базисных функций при $V = 1$ и вычислились значения $X = -6.845 \cdot 10^3$, $Y = 2.738 \cdot 10^3$. Изменив расположение участков L_k, можно при заданной скорости V исключить горизонтальную составляющую X силы давления. Функция $G(y)$, представляемая линиями уровня, визуализирует области повышенного давления.

Работа выполнена в рамках проекта 2.1.1/12952 программы "Развитие научного потенциала высшей школы (2009 – 2011 гг.)" Минобрнауки РФ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Михайлов В. П. *Дифференциальные уравнения в частных производных.* – М.: Науки, 1983.

2. Лежнев В. Г., Лежнев А. В. *Метода базисных потенциалов в задачах математической физики и гидродинамики.* – Краснодар, КубГУ, 2009.

Р. В. Королев, С. В. Сушков

Казанский (Приволжский) федеральный университет,

dunai34@yandex.ru, sergey_sushkov@mail.ru

СТАТИЧЕСКИЕ СФЕРИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНЫЕ РЕШЕНИЯ В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ С НЕМИНИМАЛЬНОЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ СВЯЗЬЮ

Мы рассматриваем теорию гравитации со скалярным полем ϕ, имеющим неминимальную кинетическую связь с кривизной. Выберем действие в виде

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left\{\frac{R}{8\pi} - [\varepsilon g_{\mu\nu} + \kappa G_{\mu\nu}]\phi^{;\mu}\phi^{;\nu} - 2V(\phi)\right\},$$

где $V(\phi)$ – потенциал скалярного поля, κ – параметр неминимальной связи. Знак параметра ε определяет, является ли поле нормальным ($\varepsilon > 0$) или фантомным ($\varepsilon < 0$). Под *кротовой норой* обычно понимают пространство-время, имеющее поверхность минимальной площади. Исследована возможность существования статических сферически симметричных кротовых нор. Получены численные решения уравнений для гравитационного и скалярного полей методом Рунге – Кутта. Эти